

Маневрирование КА

Маневрирование КА на околоземных орбитах

1. Характеристическая скорость

1. Цели

1. Для сближения с другим КА
2. Увеличение высоты полёта
3. Изменение периода обращения
4. Посадочный импульс

2. Характеристическая скорость ΔV – это скорость, которую КА развил бы в пространстве, лишенном полей тяготения и в отсутствии сопротивления движению

3. Формула Циолковского: $\Delta V = w \ln(m_0/m)$ (w - относительная скорость истечения)

2. Матрица манёвра

4. Пусть время маневрирования мало

5. Уравнения движения в оскулирующих элементах интегрируются за малый Δt

1. Долгота восходящего узла

$$\Delta \Omega = \frac{r}{\sqrt{\mu p}} \frac{\sin u}{\sin i} \Delta V_W, \quad \Delta V_W = \int_0^{\Delta t} W dt$$

6. Малость модуля вектора ΔV позволяет использовать *принцип суперпозиции*, и сделать матрицу манёвра:

$$[\Delta \Omega, \Delta i, \Delta p, \Delta e]^T = A[\Delta V_S, \Delta V_T, \Delta V_W]^T$$
$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\partial \Omega}{\partial V_W} \\ 0 & 0 & \frac{\partial i}{\partial V_W} \\ 0 & \frac{\partial p}{\partial V_T} & 0 \\ \frac{\partial e}{\partial V_S} & \frac{\partial e}{\partial V_T} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{r}{\sqrt{\mu p}} \frac{\sin u}{\sin i} \\ 0 & 0 & \frac{r}{\sqrt{\mu p}} \cos u \\ 0 & 2r \sqrt{\frac{p}{\mu}} & \\ \sqrt{\frac{p}{\mu}} \sin \nu & \sqrt{\frac{p}{\mu}} \left(1 + \frac{r}{p}\right) \cos \nu + \frac{er}{\sqrt{\mu p}} & 0 \end{bmatrix}$$

3. Манёвр изменения плоскости орбиты

1. Манёвр изменения $\Delta \Omega$, Δi

2. Для круговой орбиты

$$\Delta \Omega = \frac{1}{V_{circ}} \frac{\sin u}{\sin i} \Delta V_W, \quad \Delta i = \frac{1}{V_{circ}} \cos u \Delta v_W$$

3. Эффективность манёвра сильно зависит от u - положения на орбите

1. При $u = 0$ долгота восходящего узла Ω не изменяется, i изменяется больше всего
2. При $u = 90^\circ$ наоборот

4. Чрезвычайная дороговизна $\Delta V_w \approx V_{circ}$

1. Космодромы России не позволяют производить старты с малыми i (угол i не может быть меньше географической точки старта). Самый южный космодром на широте 46.5° (Казахстан), американский на широте 28° (Канаверал)
2. Зачастую наклонение i с России близко к $i \approx 1 \text{ рад}$
3. Для изменения плоскости орбиты требуется специальный ракетный разгонный блок (дополнительная ступень ракеты-носителя)

- Межорбитальный перелёт с высоким апогеем - импульс коррекции плоскости орбиты в апогее сильно вытянутого эллипса, так как скорость движения мала

4. Манёвры в плоскости орбиты

- Наиболее интересные параметры: $\Delta p, \Delta e$
- Для круговой орбиты фокальный параметр изменяется от ΔV_T :

$$\frac{\partial p}{\partial V_T} = \frac{T}{\pi}$$

- Для НОО это 1.7 км/(м/с) - импульс 1 м/с даёт увеличение параметра на 1.7 км

3. Изменение формы зависит от 2 компонент ΔV :

- В случае тангенциального импульса ΔV_T :

$$\Delta e_T = 2\sqrt{\frac{p}{\mu}} \cos \nu \Delta V_T$$

- Ухищрением считаем $\nu = 0$, тогда $\Delta e_T = \frac{2}{V_{circ}} |V_T|$

- В случае нормального (радиального) импульса ΔV_S :

$$\Delta e_S = \sqrt{\frac{p}{\mu}} \sin \nu \Delta V_S$$

- Ухищрением считаем $\nu = 3\pi/2$, тогда $\Delta e_S = \frac{1}{V_{circ}} |V_S|$

5. Манёвр снижения

- Верхняя граница плотной атмосферы ≈ 100 км
- Пусть орбита круговая. Путём импульса делаем условный перигей (без учёта атмосферы)
- Достаточно много направлений ΔV образуют участок условного перигея < 100 км
- Чистое торможение - импульс против вектора скорости
- Чистое прижатие - импульс в радиальном направлении

6. Коррекция периода обращения

- По/против вектора скорости

Коррекция межпланетных траекторий

- Движение КА в окрестности планеты назначения
- Гелиоцентрический участок номинальной траектории движения КА
 - Траектория КА через центр планеты
 - Сфера импульса $|\Delta V|$ спустя время t_k претерпит аффинное преобразование (в эллипсоид влияния)



3.

- Матрица (аффинного преобразования) - матрица коррекции

$$A = \frac{\partial[\xi, \eta, \zeta]}{\partial \Delta V}$$

3. Свойства матрицы коррекции

1. Нуль-направление: $\zeta \neq 0$ - не изменяют пересечение КА с картинной плоскостью
 2. Плоскость \perp нуль-направлению Bz' - плоскость оптимальной коррекции (если ΔV равно в ней, то точки эллипсоида влияния точно в картинной плоскости)
 3. Двухпараметрическая коррекция - корректирует лишь положение точки пересечения КА с картинной плоскостью
 4. Трёхпараметрическая коррекция - корректирует положение точки время прибытия
4. Двухпараметрическая коррекция
 5. Об оптимальном положении точки коррекции на траектории
 6. Вырождение матрицы манёвра

Относительное движение двух КА

1. Относительное движение двух аппаратов

1. Если $\rho = r_2 - r_1$, то

$$\ddot{\rho} + \mu \left(\frac{r_2}{r_2^3} - \frac{r_1}{r_1^3} \right) = 0$$

2. Если $\rho \ll r$, то

$$\ddot{\rho} + \mu \left(\frac{\rho}{r_1^3} - \frac{3(r_1, \rho)r_1}{r_1^5} \right) = 0$$

3. При переходе в ОСК:

$$\ddot{\rho} + \left[\frac{d\omega}{dt} \times \rho \right] + 2 \left[\omega \times \frac{d\rho}{dt} \right] + [\omega \times [\omega \times \rho]] = -\frac{\mu\rho}{r_1^3} + \frac{3(r_1, \rho)r_1}{r_1^5}$$

4. Если орбита r_1 круговая, и $\omega_0^2 = \mu/r_1^3$, то уравнения запишутся в виде Хилла-Клохесси-Уилтшира:

$$\begin{aligned}\ddot{x} + 2\omega_0\dot{z} &= 0, \\ \ddot{y} + \omega_0^2 y &= 0, \\ \ddot{z} - 2\omega_0\dot{x} - 3\omega_0^2 z &= 0.\end{aligned}$$

решение которых:

$$\begin{aligned}x &= C_4 - 3C_1\omega_0 t + 2C_2 \cos \omega_0 t - 2C_3 \sin \omega_0 t, \\ y &= C_5 \sin \omega_0 t + C_6 \cos \omega_0 t, \\ z &= 2C_1 + C_2 \sin \omega_0 t + C_3 \cos \omega_0 t\end{aligned}$$

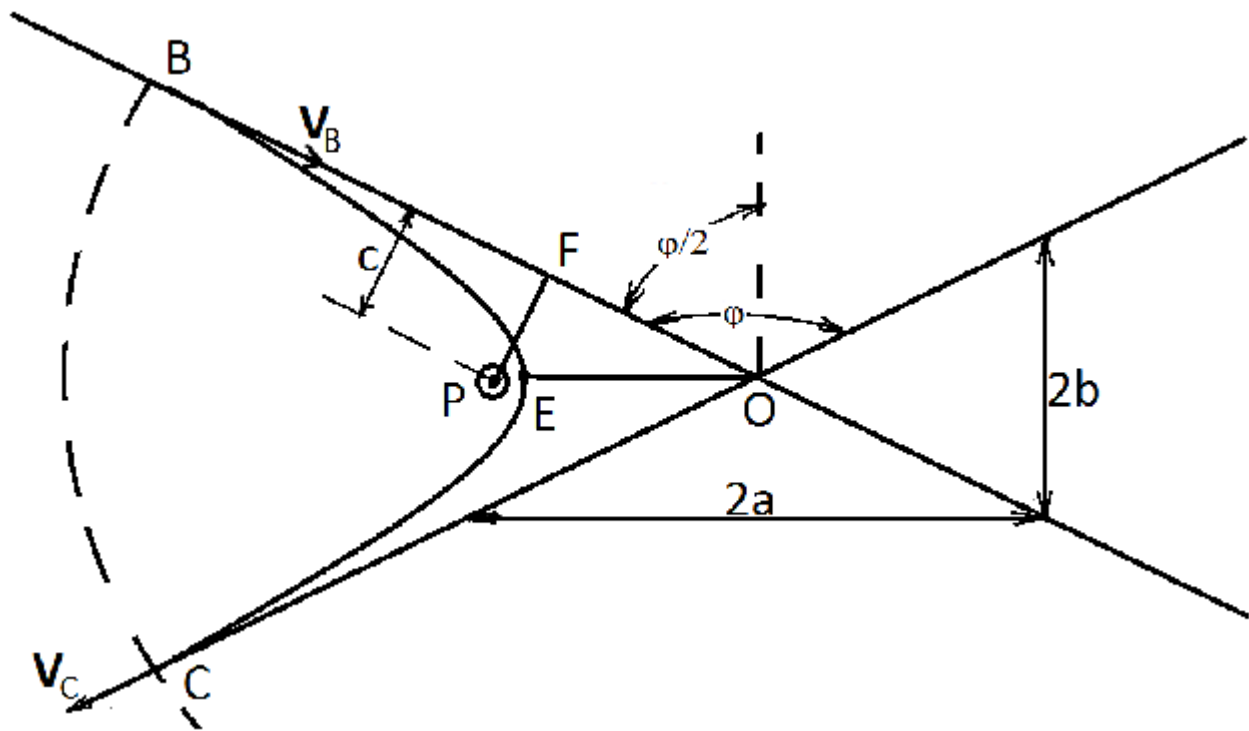
5. Условие $C_1 = 0$ равнозначно $\dot{x}_0 = -2\omega_0 z_0$

2. Маневрирование и сближение КА

Гравитационные манёвры

1. Использование гравитационного манёвра при межпланетных перелётах

1. Для гиперболических траекторий $h \approx V_\infty^2$, $e = \sqrt{a^2 + b^2}/a$, $p = b^2/a \rightarrow a = \mu/V_\infty^2$



2.

3. Очевидно, $\tan(\varphi/2) = a/c$, где c - прицельная дальность

4. При $c = 0$ предел угла $\varphi = \pi$ (без учёта радиуса планеты повернёт назад), на деле предел при $c = R$

2. Изменение наклона плоскости гелиоцентрической орбиты

1.